



高等代数中的思政案例

汇报人：库福立 单位：三明学院



目录

CONTENTS

1、教材介绍

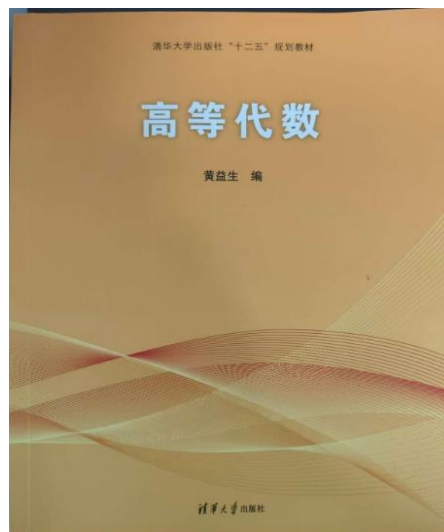
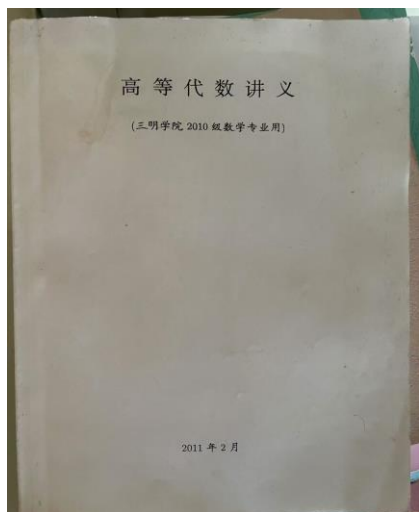
2、代数的起源

3、线性方程中的思政案例

4、线性变换中的思政案例

5、最小二乘法

高等代数教材：黄益生 编，清华大学出版社，ISBN：9787302348801.



怎样定义 n 阶行列式?

$$\bullet \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \triangleq a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}. \quad (2.1.2)$$

• 现在, 让我们返回去考察三阶行列式 (2.1.2), 它表示下列 6 个项的代数和:

$$a_{11}a_{22}a_{33}, a_{12}a_{23}a_{31}, a_{13}a_{21}a_{32}, a_{13}a_{22}a_{31}, a_{12}a_{21}a_{33}, a_{11}a_{23}a_{32}.$$

其中前三项所带的符号都是正号, 后三项所带的都是负号. 每一项都是三个因数的乘积, 每一个因数的第一个下标代表这个因数所在的行数, 第二个下标代表它所在的列数.

(1) 二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 \xRightarrow{\Delta \geq 0} x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$

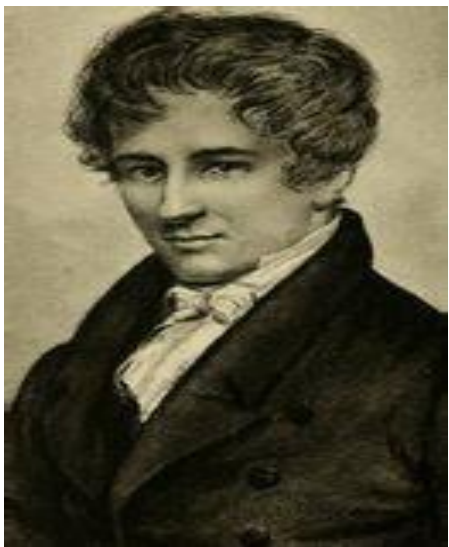
(2) 三次方程 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow y^3 + py + q = 0, (\text{令 } y = x - \frac{a}{3})$

$$y_1 = \frac{1}{3}(u + v), y_2 = \frac{1}{3}(\varepsilon^2 u + \varepsilon v), y_3 = \frac{1}{3}(\varepsilon u + \varepsilon^2 v),$$

$$D = -4p^3 - 27q^3, \varepsilon = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}, u, v = \sqrt[3]{-\frac{27q}{2} \pm \sqrt{-\frac{3D}{2}}}.$$

问题: n 次方程 $x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_n = 0$ 是否有公式解?

(《代数学引论》，柯斯特利金), $n=4$ 有, $n \geq 5$, 研究了300年.



阿贝尔(1802-1829),
挪威数学家



伽罗华 (1811-1832) ,
法国数学家。

1799年, 德国数学天才高斯, 在博士论文中提出了了一般五次方程没有代数解, 但无法给出证明, 欧拉也没能解决。

1813年, 鲁菲尼第一次粗略地给出证明;

1827年, 阿贝尔独立地严格给出证明;

1831年, 伽罗瓦给出可解群, 这一问题

得到本质解决。

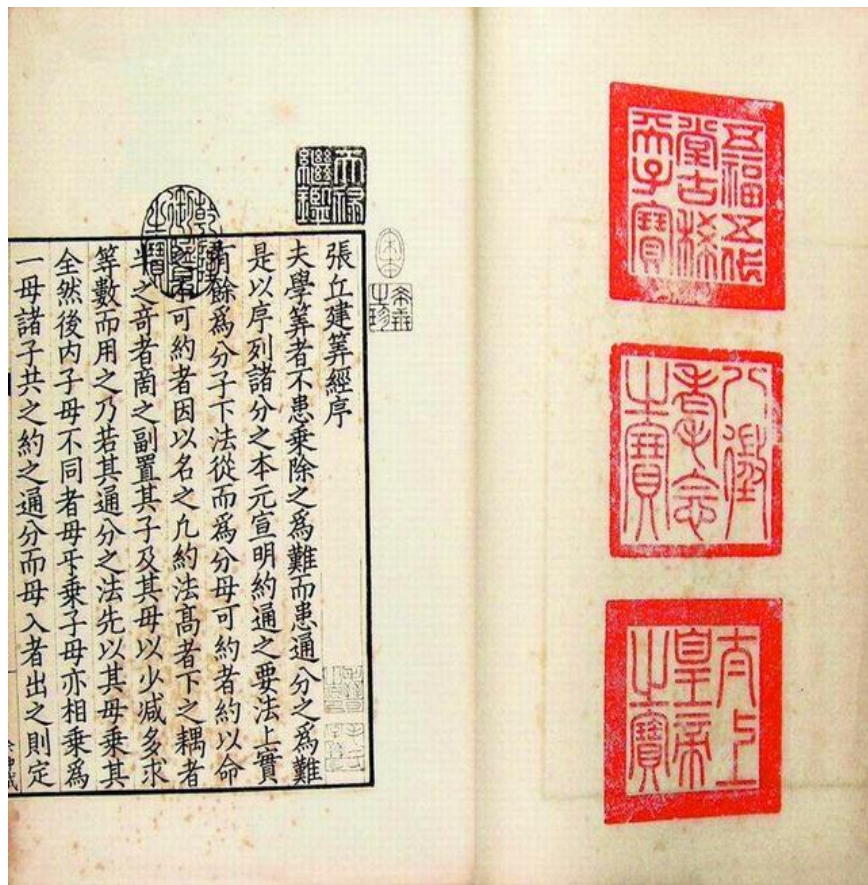
18岁时，伽罗瓦漂亮地解决了当时数学界的顶级难题--为什么五次及五次以上的多项式方程没有一般的解。他把这一研究成果提交给了法国科学院，由大数学家柯西（Cauchy）负责审稿；然而，柯西建议他回去仔细润色一下（此前一直认为柯西把论文弄丢了或者私藏起来，最近的法国科学院档案研究才让柯西平反昭雪），后来伽罗瓦又把论文交给了科学院秘书傅立叶（Fourier），但没过几天傅立叶就去世了，于是论文被搞丢了。1831年伽罗瓦第三次投稿，当时的审稿人是泊松，他认为伽罗瓦的论文很难理解，于是拒绝发表。

含有n个方程n个未知量的一般线性方程组

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots a_{in}x_n = b_i, i = 1, 2, \cdots, n. \quad (1)$$

设线性方程 (1) 的系数行列式D不等于零, 则这个方程组有且只有一个解, 其解可以表示成

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{D}, \cdots, x_n = \frac{\Delta_n}{D}.$$



“百鸡百钱”：鸡翁一，值钱五；鸡母一，值钱三；鸡雏三，值钱一；百钱买百鸡。问鸡翁、母、雏各几何？



问题:疫情期间，湖北省四市急需物资支援，其中孝感24吨，武汉79吨，黄冈48吨，黄石47吨，根据实际情况，河南、河北、湖南、广东一次可运送物资如下.

	孝感	武汉	黄冈	黄石
河南	2吨	1吨	2吨	2吨
河北	0吨	9吨	0吨	1吨
湖南	0吨	5吨	1吨	0吨
广东	4吨	6吨	8吨	8吨

尝试设计一种运输方案，给四市配送物资？

解: 设河南 x_1 次; 河北 x_2 次; 湖南 x_3 次; 广东 x_4 次;

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_4 = 24, \\ x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 79, \\ 2x_1 + x_3 + 8x_4 = 48, \\ 2x_1 + x_2 + 8x_4 = 47, \end{cases}$$

解为: $(2, 3, 4, 5)$.

CCTV 1
综合

我觉得我们女的

现在能力非常强

事实证明

只要我们感觉能干

一定要干到最好的

青花郎 朗读者

青花郎 朗读者

青花郎 朗读者

青花郎 朗读者

青花郎 朗读者

王小云院士带领的研究小组于2004年、2005年先后破解了被广泛应用于计算机安全系统的MD5和SHA-1两大密码算法，密码学领域最权威的两大刊物Eurocrypto与Crypto将2005年度最佳论文奖授予了这位中国女性，其研究成果引起了国际同行的广泛关注。

设 X 为明文矩阵，加密的方法是在 X 的左侧乘以矩阵 A ， A 称为加密矩阵，已知加密矩阵 A 和密文矩阵 B ，求明文矩阵 X 。

$$\text{密文: } B = \begin{pmatrix} 44 & 41 & 51 \\ 21 & 28 & 26 \\ 27 & 17 & 44 \end{pmatrix} \quad \text{加密矩阵: } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

内容: WMYQX
GDDS.

大学生小王给朋友小红发了一封密信B，用3阶矩阵来表示，这里有加密矩阵A(右乘)，并且满足矩阵中的数字1-26和字母A-Z有一一对应关系，密信内容是什么？

$$\text{密文: } B = \begin{pmatrix} 24 & 21 & 36 \\ 47 & 27 & 52 \\ 16 & 36 & 37 \end{pmatrix}$$

$$\text{加密矩阵: } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

内容: I LOVE YOU A!



研究飞机表面的气流的过程, 包含反复求解大型的线性方程组 $AX = b$, 涉及的方程和变量个数高达200多万个, 向量 b 随来自网格的数据和前面的方程的解而改变.



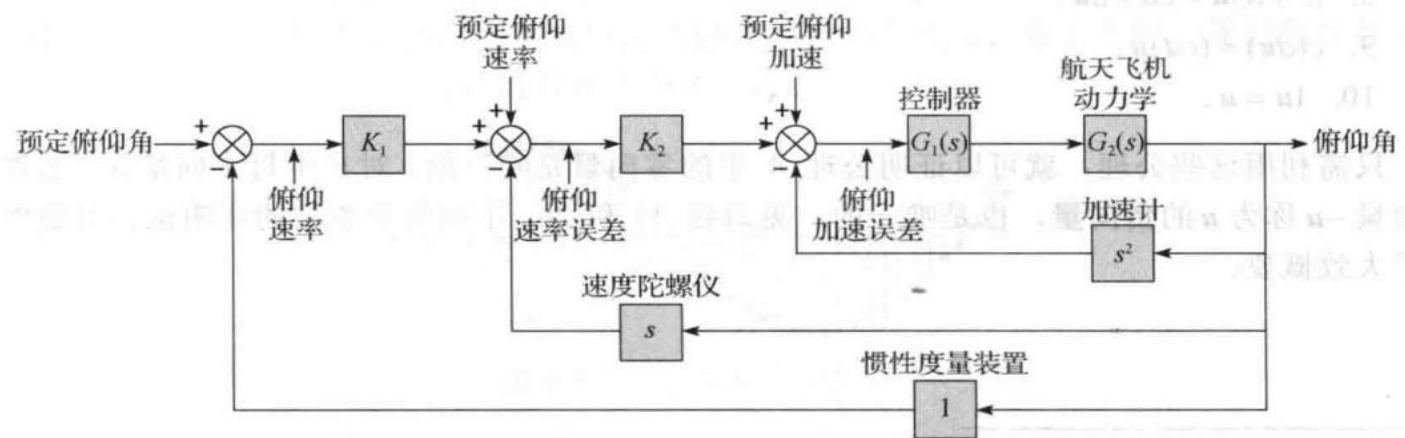
二维空间中的变换

伸缩: $S = \begin{bmatrix} s_x & & \\ & s_y & \\ & & s_z \end{bmatrix}$ 旋转: $R = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \\ \sin\theta & \cos\theta & \\ & & 1 \end{bmatrix}$ 平移: $T = \begin{bmatrix} 1 & & t_x \\ & 1 & t_y \\ & & 1 \end{bmatrix}$

三维空间中的变换

伸缩: $S = \begin{bmatrix} s_x & & & \\ & s_y & & \\ & & s_z & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$ 平移: $T = \begin{bmatrix} 1 & & & t_x \\ & 1 & & t_y \\ & & 1 & t_z \\ & & & 1 \end{bmatrix}$ 旋转: $R_x = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & & \\ \sin\theta & \cos\theta & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos\theta & & -\sin\theta & \\ & 1 & & \\ \sin\theta & & \cos\theta & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$
$$R_z = \begin{bmatrix} & & & \\ & 1 & & \\ & & \cos\theta & -\sin\theta \\ & & \sin\theta & \cos\theta \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

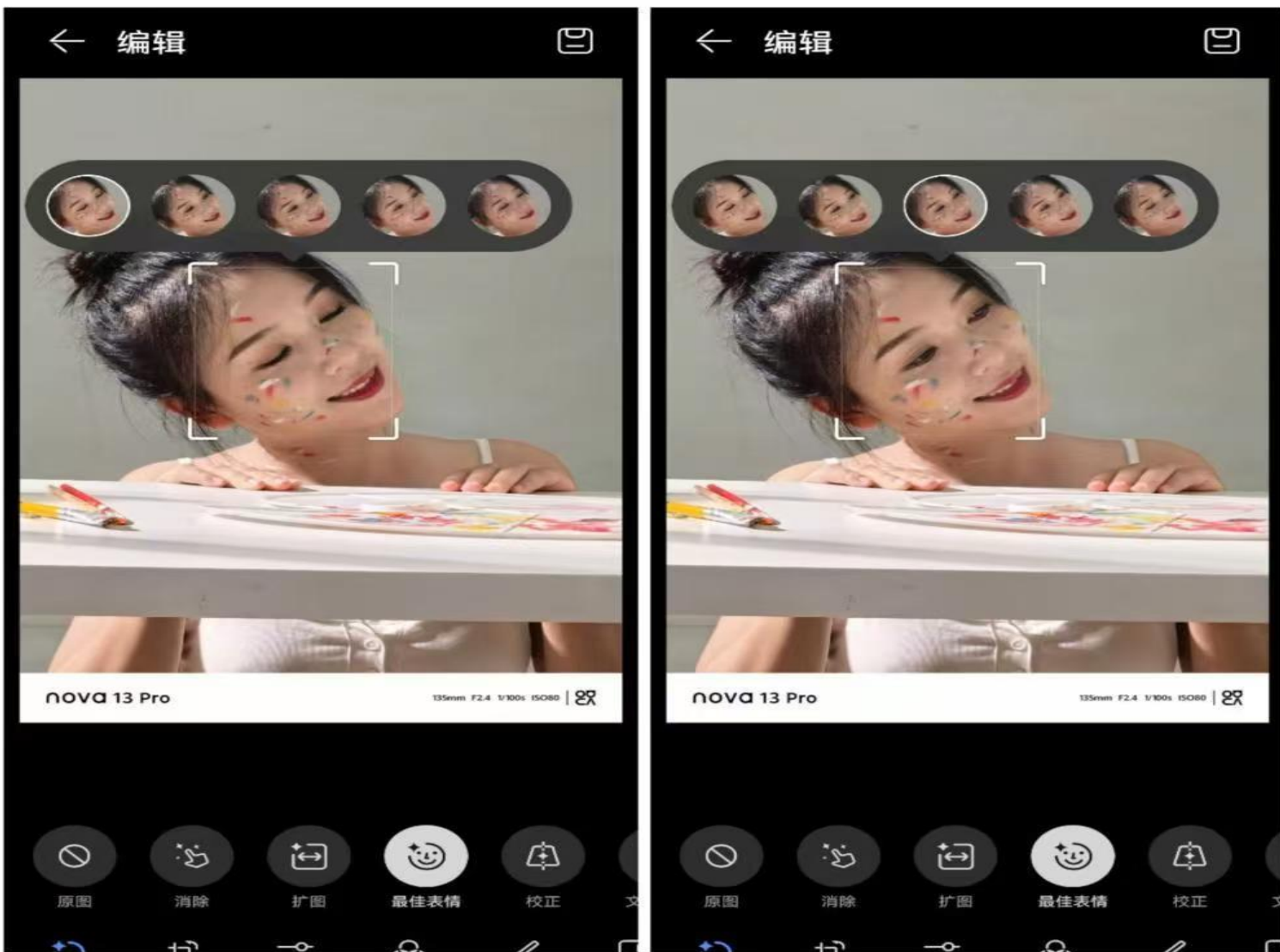


一个工程学系统的输入和输出信号都是函数。这些函数的加法和标量乘法在应用是非常重要的。由于这个原因，所有可能的输入（函数）的集合称为一个向量空间。



当太空卫星发射之后，为使卫星在精确计算过程的轨道上运行，需要校正它的位置。雷达屏幕给出一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_k$ ，设 $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ 表示矩阵，求

$$G = XX^T.$$



设矩阵 A , 变换定义为剪切变换
 $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$T(x) = Ax.$$



- 1.道路运输车辆管理上的应用;
- 2.铁路上的应用;
- 3.精准农业上的应用;
- 4.国际搜救上的应用;
- 5.国土测绘上的应用;
- 6.数字施工上的应用;
- 7.智慧矿区上的应用;
- 8.公共安全上的应用;
- 9.野生动物保护上的应用;
- 10.精准时空智慧城市上的应用。

当汽车司机（或登山者）打开一个GPS接收器时，这个接收器便会测量至少从三个卫星发来的信号的相对到达时间。这些信息连同发过来的关于卫星的位置及相应时刻，将用于调整GPS接收器的时间并确定它在地球上的近似位置，它的数学模型是通过寻找一个“近似满足”不相容线性方程组的向量得以解决-----

最小二乘法。



第六部分

总结

本次报告只简单列举了少部分高等代数中涉及的思政的案例，并不完善，而且缺少很多数据.



三明学院
SANMING UNIVERSITY

感谢您的聆听！